Université de TOURS - L1 GESTION

Cours Fondements Économiques de la Gestion

Entrainements n° 2 : Énoncé

Hiver 2020

Les savoirs pour cet entrainement : la description de la firme par sa technologie, par sa productivité marginale et par son TMST. La question marquée (*) est plus difficile, nécessite un peu de reflexion et peut être ignorée

On appelle *technologie* de la firme, tout ce qui peut décrire le processus de production, des facteurs de production aux biens produits. On utilise parfois une fonction du type $y = f(K, L)$, oùK et$L$ désignent les quantités de facteurs utilisées et y la quantité résultante de biens produits.	La productivité marginale d'un facteur est la quantité de biens supplémentaire crée par l'utilisation d'un facteur supplémentaire. Par exemple, si le bien est crée par une composition de capital et de travail, selon la relation $y = f(K, L)$, f_K (resp. f_L) est l'accroissement de la production dû à une utilisation d'une unité supplémentaire de capital (resp. de travail).	La première règle d'optimisation du gestionnaire est d'égaliser tant qu'il le peut la productivité marginale de chacun des facteurs avec le prix relatif de ce facteur. On appelle prix relatif du facteur L, qu'on note p_L ou w selon l'usage, le coût de **1** unité de ce facteur exprimé en unité de biens produit. Si p est le prix du bien produit, ce prix relatif égale p_L/p.	Le profit d'une firme doit être positif ; les gestionnaires doivent oeuvrer pour qu'il soit le plus grand possible.

1 Productivité marginale d'une firme utilisant un input seulement

Soit une firme qui produit un bien en quantité y à partir d'un facteur unique en quantité x, suivant la technologie

$$y = \ln(1 + x)$$

1) Dire combien il faut utiliser d'inputs pour produire 1 unités de biens.

On recherche la quantité de facteurs x telle que le nombre de bien produit égale 1. On cherche donc à résoudre l'équation

$$\ln(1 + x) = 1$$

qui est équivalente à

$$1 + x = e^1 \iff x \approx 1,71$$

2) Même question, combien doit-on utiliser d'inputs pour produire 10 unités de biens.

On recherche la quantité de facteurs x telle que le nombre de bien produit égale 10. On cherche donc à résoudre l'équation

$$\ln(1 + x) = 10$$

qui est équivalente à

$$1 + x = e^{10} \iff x \approx 22025$$

3) Calculer la productivité marginale du facteur de production

La productivité marginale se calcule comme la dérivée de la fonction de production, ici $\ln(1 + x)$, dont la dérivée est $1/(1 + x)$. La productivité marginale est donc :

$$y_x = 1/(1 + x)$$

4) Démontrer que la productivité marginale du facteur de production est décroissante. À votre avis, cette décroissance de la productivité marginale du facteur de production provient de quelle propriété de la fonction $y = \ln(1 + x)$?

La fonction $1/(1+x)$ calculée précédemment est décroissante : plus x est élevé plus $1+x$ est élevé et plus $1/(1+x)$ est faible

La productivité marginale est la dérivée de la fonction de production. Il est donc équivalent de dire qu'elle est décroissante ou que la fonction de production est CONCAVEE

5) Quand le prix du facteur est $p_x = 0,1$ et que le prix de vente du bien est $p = 100$, quelle est la bonne décision de gestion concernant la production de cette firme ?

La bonne décision de gestion concerne le nombre de biens à produire (ou de manière équivalente le nombre de facteurs de production à utiliser). La règle est que le nombre de facteurs doit être choisi de manière à ce que la productivité marginale du facteur de production égale le prix relatif du facteur

Ici lee prix marginal du facteur est la divisiion du prix du facteur $p_x = 0,1$ par le prix du bien $p = 1$, soit $0,1/1 = 0,1$.

La productivité marginale est, comme on l'a vu : $1/(1+x)$. On doit donc choisir x de manière à satisfaire l'équation suivante :

$$1/(1+x) = 0,1 = 1/10 \iff 1+x = 10 \iff x = 9$$

Le bon gestionnaire doit donc utiliser 9 facteeurs de production, ce qui le conduira à produire 2,3 unités de biens. En effet :

$$\ln(1+9) = \ln(10) \ \approx 2,30$$

2 Productivité marginale d'une firme utilisant deux inputs

Soit une firme dont la fonction de production est $q = L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{4}}$ et dont la productivité marginale du facteur travail est : $q_L = \frac{1}{2} L^{-\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{4}}$

1) À partir d'un tableau excel établir un tableau à double entrée qui calcule la productivité marginale du travail pour $L = 1, 2, \ldots, 9$ (en colonne) et pour $K = 1, 2, \ldots, 9$ (en ligne). Expliquer en particulier les macros que vous utilisez. (à savoir : le tableau donné dans les transparents est faux).

Pour la cellule de 2e ligne, 2e colonne, soit, pour le premier calcul, on rentre la formule $0,5 * B\$2^{-0,5} * \$A2^(0,25)$, où $B\$2$ désigne la tête de la colonne, et $\$A2$ désigne la tête de la ligne. Ensuite, on recopie vers le bas et vers la droite, afin que s'effectue le calcul de tous les coefficients. Le tableau obtenu est

K,L	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	**0,50**	**0,35**	**0,29**	**0,25**	**0,22**	**0,20**	**0,19**	**0,18**	**0,17**
2	**0,59**	**0,42**	**0,34**	**0,30**	**0,27**	**0,24**	**0,22**	**0,21**	**0,20**
3	**0,66**	**0,47**	**0,38**	**0,33**	**0,29**	**0,27**	**0,25**	**0,23**	**0,22**
4	**0,71**	**0,50**	**0,41**	**0,35**	**0,32**	**0,29**	**0,27**	**0,25**	**0,24**
5	**0,75**	**0,53**	**0,43**	**0,37**	**0,33**	**0,31**	**0,28**	**0,26**	**0,25**
6	**0,78**	**0,55**	**0,45**	**0,39**	**0,35**	**0,32**	**0,30**	**0,28**	**0,26**
7	**0,81**	**0,58**	**0,47**	**0,41**	**0,36**	**0,33**	**0,31**	**0,29**	**0,27**
8	**0,84**	**0,59**	**0,49**	**0,42**	**0,38**	**0,34**	**0,32**	**0,30**	**0,28**
9	**0,87**	**0,61**	**0,50**	**0,43**	**0,39**	**0,35**	**0,33**	**0,31**	**0,29**

2) Quelle sont les propriétés de ce tableau ?

Les coefficients de ce tableau sont croissants vers le bas et décroissants vers la droite

Ils sont croissants vers le bas car, en allant vers le bas, on augmente K, et donc, la quantité multiplicatrice $K^{1/4}$. L'interprétation en est que la productivité marginale du travail est croissante, plus il y a de capital.

Ils sont décroissants vers la droite car, en allant vers la droite, on augmente L, ce qui entraîne que la quantité multiplicatrice $L^{-1/2}$ diminue. L'interprétation en est que la productivité marginale du travail est décroissante, plus il y a déjà de travail utilisé. C'est une propriété assez classique que l'on a vu plusieurs fois dans les exemples du cours.

3) Utiliser le tableau précédent pour indiquer quelle est la quantité du facteur travail que vous devriez utiliser quand le prix de vente est $p = 2,94$ et que le prix du facteur travail est $w = 1$. On prendra soin d'entourer les cases correspondantes dans le tableau. Expliquer pourquoi vous avez plusieurs réponses, et de quoi dépendent ces réponses.

Le choix du facteur travail doit être réalisé de manière à ce que la productivité marginale du travail égale le prix relatif du travail w/p.

Ici, $w/p = 1/2,94 = 0,3401 \approx 0,34$

Si l'on reprend la table, on trouve *approximativement* cette productivité, 9 fois :

K,L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,50	**0,35**	0,29	0,25	0,22	0,20	0,19	0,18	0,17
2	0,59	0,42	**0,34**	0,30	0,27	0,24	0,22	0,21	0,20
3	0,66	0,47	0,38	**0,33**	0,29	0,27	0,25	0,23	0,22
4	0,71	0,50	0,41	**0,35**	0,32	0,29	0,27	0,25	0,24
5	0,75	0,53	0,43	0,37	**0,33**	0,31	0,28	0,26	0,25
6	0,78	0,55	0,45	0,39	**0,35**	0,32	0,30	0,28	0,26
7	0,81	0,58	0,47	0,41	0,36	**0,33**	0,31	0,29	0,27
8	0,84	0,59	0,49	0,42	0,38	**0,34**	0,32	0,30	0,28
9	0,87	0,61	0,50	0,43	0,39	**0,35**	**0,33**	0,31	0,29

La réponse dépend en fait de la quantité de capital qu'utilise la firme. Les réponses vont, pour ce tableau, pour l'étendue de la production envisagée, de 2 à 7.

4) Etablir et expliquer pourquoi lorsque, à prix donnés, vous décidez d'utiliser plus de capital, vous allez en même temps décider d'utiliser plus de travail. (*)

On voit déjà bien établi ce fait dans le tableau précédent : plus on passe à une ligne plus basse (plus de capital utilisé) plus il est optimal d'utiliser plus de travail.

En fait, si l'on reprend la productivité marginale du travail dans cet exemple, $q_L = \frac{1}{2}L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{4}}$: elle augmente avec le capital et diminue avec le travail. Si, à prix donnés, on augmente la capital, cela a teendance à augmenter la productivité marginale. Ce qui conduit, naturellement, dans une bonne démarche de gestion, à utiliser plus de travail !

That's it